



北京理工大学珠海学院

BEIJING INSTITUTE OF
TECHNOLOGY, ZHUHAI

2015 年大学生数学竞赛试卷答案

专业_____ 班级_____ 学号_____ 姓名_____

题号	一	二	三	四	总分
满分	20	30	30	20	
得分					

试卷说明：①闭卷；②时间：120 分钟。

得分_____ 一、解答下列各题（本题满分共 20 分）

1. （10 分,每 5 分）

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x^2 \sin x}$

(2) 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2 + \cos x}{3} \right)^{1/\sin x^2}$

2. （10 分）设函数 $f(x) = \begin{cases} 2x - 2, & x < -1 \\ Ax^3 + Bx^2 + Cx + D, & -1 \leq x \leq 1 \\ 5x + 7, & x > 1 \end{cases}$

试确定常数 A, B, C, D 的值，使 $f(x)$ 处处可导。

此处不能书写

此处不能书写

装

此处不能书写

此处不能书写

订

此处不能书写

线

此处不能书写

此处不能书写

得分

二、解答下列各题（本题满分共 30 分，每题 10 分）

3. 确定常数 $a, b \in R$ ，使 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{ax - \sin x} \int_0^x \frac{t^2}{\sqrt{b+3t}} dt = 2$ 。

4. 求 $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2^2}x^2 + \cdots + \frac{1}{2^n}x^n$ 在 $x=1$ 的导数值， $g(x) = \frac{x/2 - (x/2)^{n+1}}{1 - x/2}$ ，并

求 $g'(1)$. 并证明 $\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \cdots + \frac{n}{2^n} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$

5. 求 $\frac{d}{dx} \int_0^1 \sin(x+t) dt$.

得分	
----	--

三、解答下列各题（本题满分共 30 分，每题 10 分）

6. 设 $f(x) = \arctan \frac{1-x}{1+x}$ ，求在 $x=0$ 处的 n 阶导数。

7. 设 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数，且 $F(0)=1$ ， $F(x)f(x)=\cos 2x$ ，求 $\int_0^{\pi} |f(x)| dx$ 。

8. 已知 $x_0=1$ ， $x_1=\frac{1}{x_0^3+4}$ ， $x_2=\frac{1}{x_1^3+4}$ ， \dots ， $x_{n+1}=\frac{1}{x_n^3+4}$ ， \dots 。

求证：（1）数列 $\{x_n\}$ 收敛；（2） $\{x_n\}$ 的极限值 a 是方程 $x^4+4x-1=0$ 的唯一正根。

此处不能书写

此处不能书写

装

此处不能书写

此处不能书写

订

此处不能书写

线

此处不能书写

此处不能书写

得分

四、解答下列各题：(本题满分 20 分，每题 10 分)

9. 设 $f(x)$ 在区间 $[2, 4]$ 上连续可导，且 $f(2) = f(4) = 0$ ，则 $\max_{2 \leq x \leq 4} |f'(x)| \geq \left| \int_2^4 f(x) dx \right|$ 。

10. 近似计算下列小题，写出你的计算过程即可，如果写出精确到小数点后 5 位数更好，

$$\sqrt{2} \approx 1.41421$$

(1) $\sin 44^\circ$

(2) $\int_0^1 \sin(x^2) dx$